Proceedings of IAM, V.5, N.1, 2016, pp.110-122

ОБ ОДНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В ПОДЪЕМНИКЕ ПРИ ДОБЫЧЕ НЕФТИ

Н.А Алиев[1], А.П. Гулиев[1], С.Дж. Джабраилзаде[2], К.Г. Гасымова[2]

[1]Институт Прикладной Математики, Бакинский Госурарственный Университет, Баку, Азербайджан
[2]Азербайджанский Педагогический Университет, Баку, Азербайджан
e-mail: aslan_orxan@rambler.ru

Резюме. Рассматривается граничная задача системы уравнений гиперболического типа, описывающая движение газожидкостной смеси (ГЖС) в подъемнике при газлифтном процессе для добычи нефти. С помощью специальным образом выбранного ряда и граничного условия (экспоненциального характера) определяется аналитический вид искомого решения соответствующей граничной задачи, который позволяет ставить обратную задачу для определения коэффициента гидравлического сопротивления (КГС) в подъемнике при соответствующих статистических измерений, т.е. измеряются объемы подаваемого газа и дебита ГЖС. Пользуясь этими статистическими данными и аналитическим видом решений строится квадратичный функционал, минимизация которого (по КГС) приводит к определению КГС в насосно-компрессорной трубе (подъемник). Результаты иллюстрируются на конкретном примере, возникающим из практики, который совпадает с искомым КГС с достаточной точностью.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение,газлифт, системы алгебраических уравнений.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение

Как известно [5, 6], один из основных задач добычи нефти газлифтным способом[1,10,13,14], штанг-насосной установкой и др. является определение коэффициента гидравлического сопротивления [3, 4] на подъемнике. Отметим, что задача в общей постановке является пространственной, поскольку движение в трубах описывается системой дифференциальных уравнений частных производных гиперболического типа [10,11]. Но в работах [10,11,12] из за чрезвычайной сложности самой задачи предлагается осреднение исходных систем (она сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений) и на основе измеряемых статистических начальных и конечных данных, нахождение КГС проводится с помощью метода наименьших квадратов [7]. Однако, более интересной является исследование исходно поставленной задачи. Поэтому в данной работе сначала строится решение граничной задачи для исходных систем с помощью специально выбранных бесконечных рядов с экспоненциальными граничными функциями. Такая схема дает возможность построить соответствующий квадратичный функционал, минимизация которого по КГС определяет степень загрязненности подъемника при добыче нефти. Определение КГС сводится к линейному алгебраическому уравнению. На конкретном примере из практики [1, 8] иллюстрируется эффективность предлагаемого алгоритма. Далее показывается, что такой подход может быть применен для нахождения параметров образования газожидкостной смеси на дне скважины.

2. Постановка задачи и метод рядов для решения граничной задачи газлифтного процесса.

Рассмотрим следующую граничную задачу для системы уравнений гиперболического типа:

$$\begin{cases} -F_1 \dfrac{\partial P_1(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial Q_1(x,t)}{\partial t} + 2a_1 Q_1(x,t), \\ -F_1 \dfrac{\partial P_1(x,t)}{\partial t} = c_1 \dfrac{\partial Q_1(x,t)}{\partial x}, \qquad x \in (0,l) \quad t \in (0,T), \end{cases} \tag{1}$$

с условиями

$$\begin{cases} P_1(0,t) = P_{10}(t), \\ Q_1(0,t) = Q_{10}(t), \qquad t \in [0,T], \end{cases} \tag{2}$$

где $P_1(x,t)$ - давление, $Q_1(x,t)$ - объем газа,

$$2a_1 = \frac{g}{\omega_{c_1}} + \frac{\lambda \omega_{c_1}}{2D_1}, \tag{3}$$

ω_{c_1} − средняя скорость потока по длине кольцевого трубопровода, λ − коэффициент гидравлических сопротивлений, D_1 − эффективные диаметры в кольцевом пространстве, F_1 − площади поперечного сечения насосно-компрессорных труб и являются постоянными по оси x, c_1 − скорость звука в газе, g − ускорение силы тяжести, $P_{10}(t)$ и $Q_{10}(t)$ − заданные непрерывные функции, определяющие начальное давление и объем подаваемого газа в башмаке. Таким образом, требуется найти $P(x,t)$ и $Q(x,t)$, которые удовлетворяют условиям (1), (2), где $P(x,t)$ -давление и $Q(x,t)$ объем газа в каждой точке (x,t) в трубе. Как известно[2], решение (1),(2) при $P_{10}(t) = \cdot\alpha_1 e^{\nu_1 t}$ и $Q_{10}(t) = \beta_1 e^{\mu_1 t}$ имеет следующий вид (в подъемнике)

$$P_2(2l,t)=P_2\alpha_1^2 ch\left(\sqrt{\frac{2\nu_1\cdot 2(\nu_1+a_2)}{c_2}}l\right)ch^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)e^{2\nu_1 t}-$$
$$-2\alpha_1\beta_1P_2\frac{1}{F_1}\sqrt{\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}}sh\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)\cdot$$
$$\cdot ch\left(\sqrt{\frac{(\nu_1+\mu_1)(\nu_1+\mu_1+2a_2)}{c_2}}l\right)e^{(\nu_1+\mu_1)t}+P_2\beta_1^2\frac{1}{F_1^2}\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}\cdot$$
$$\cdot sh^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{2\mu_1\cdot 2(\mu_1+a_2)}{c_2}}l\right)e^{2\mu_1 t}+Q_2\beta_1^2\frac{1}{F_2}\sqrt{\frac{c_2(\mu_1+a_2)}{\mu_1}}\cdot \qquad (4)$$
$$\cdot sh\left(\sqrt{\frac{2\mu_1\cdot 2(\mu_1+a_2)}{c_2}}l\right)ch^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)e^{2\mu_1 t}-2\alpha_1\beta_1Q_2\frac{F_1}{F_2}\cdot$$
$$\cdot\sqrt{\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}}sh\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)\sqrt{\frac{c_2(\nu_1+\mu_1+2a_2)}{\nu_1+\mu_1}}\cdot$$
$$\cdot sh\left(\sqrt{\frac{(\nu_1+\mu_1)(\nu_1+\mu_1+2a_2)}{c_2}}l\right)e^{(\nu_1+\mu_1)t}+Q_2\alpha_1^2F_1^2\cdot\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}\cdot$$
$$\cdot sh^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)\frac{1}{F_2}\sqrt{\frac{c_2(\nu_1+a_2)}{\nu_1}}sh\left(\sqrt{\frac{2\nu_1\cdot 2(\nu_1+a_2)}{c_2}}l\right)e^{2\nu_1 t},$$

где $P_2,\alpha_1,\nu_1,\beta_1,\mu_1,Q_2$ заданные постоянные числа (см.[2]).

Принимая обозначение

$$D_1=P_2\alpha_1^2 ch^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$D_2=-2\alpha_1\beta_1P_2\frac{1}{F_1}\sqrt{\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}}sh\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$D_3=P_2\beta_1^2\frac{1}{F_1^2}\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}\cdot\cdot sh^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$D_4=Q_2\beta_1^2\frac{1}{F_2}\cdot ch^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$D_5=-2\alpha_1\beta_1Q_2\frac{F_1}{F_2}\cdot\sqrt{\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}}sh\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$D_6 = Q_2\alpha_1^2 F_1^2 \cdot \frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)} \cdot \cdot sh^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)\frac{1}{F_2},$$

учитывая линеаризацию нелинейных выражений (4), после несложных преобразований имеем более простые выражения

$$\begin{aligned} P_2(2l,t) \approx & \left(1+\frac{l^2}{2!}\cdot\frac{4\upsilon_1(\upsilon_1+a_2)}{c_2}\right)\cdot D_1\cdot e^{2\upsilon_1 t} + D_2\cdot\left(1+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)(\upsilon_1+\mu_1+2a_2)}{2c_2}l^2\right)e^{(\upsilon_1+\mu_1)t} + \\ & + D_3\cdot\left(1+\frac{l^2}{2!}\cdot\frac{4\mu_1(\mu_1+a_2)}{c_2}\right)\cdot e^{2\mu_1 t} + \\ & + D_4\cdot\sqrt{\frac{c_2(\mu_1+a_2)}{\mu_1}}\cdot\left(\sqrt{\frac{4\mu_1(\mu_1+a_2)}{c_2}}\cdot l + \frac{1}{6}\sqrt{\frac{4^3\mu_1^3(\mu_1+a_2)^3}{c_2^3}}l^3\right)\cdot e^{2\mu_1 t} + \\ & + D_5\sqrt{\frac{c_2(\upsilon_1+\mu_1+2a_2)}{\upsilon_1+\mu_1}}\left(\sqrt{\frac{(\upsilon_1+\mu_1)(\upsilon_1+\mu_1+2a_2)}{c_2}}l\right)+\frac{1}{6}\left(\sqrt{\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^3(\upsilon_1+\mu_1+2a_2)^3}{c_2^3}}l^3\right)e^{(\upsilon_1+\mu_1)t} + \\ & + D_6\sqrt{\frac{c_2(\upsilon_1+a_2)}{\upsilon_1}}\left(\sqrt{\frac{4\upsilon_1(\upsilon_1+a_2)}{c_2}}l\right)+\frac{1}{6}\left(\sqrt{\frac{4^3\upsilon_1^3(\upsilon_1+a_2)^3}{c_2^3}}l^3\right)e^{2\upsilon_1 t} \end{aligned} \tag{5}$$

Точно так же подобно (4) для $Q_2(2l,t)$ получим:

$$\begin{aligned} Q_2(2l,t) \approx & -Q_2\beta_1^2 ch^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{2\mu_1\cdot 2(\mu_1+a_2)}{c_2}}l\right)e^{2\mu_1 t} + \\ & + 2\alpha_1\beta_1 Q_2 F_1\sqrt{\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}}sh\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)\cdot \\ & \cdot ch\left(\sqrt{\frac{(\nu_1+\mu_1)(\nu_1+\mu_1+2a_2)}{c_2}}l\right)e^{(\nu_1+\mu_1)t} - Q_2\alpha_1^2 F_1^2\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}\cdot \\ & \cdot sh^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{2\nu_1\cdot 2(\nu_1+a_2)}{c_2}}l\right)e^{2\nu_1 t} - P_2\alpha_1^2\cdot \\ & \cdot ch^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)F_2\left(\sqrt{\frac{\nu_1}{c_2(\nu_1+a_2)}}\right)sh\left(\sqrt{\frac{2\nu_1\cdot 2(\nu_1+a_2)}{c_2}}l\right)e^{2\nu_1 t} + \\ & + 2\alpha_1\beta_1 P_2\frac{1}{F_1}\sqrt{\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}}sh\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)\cdot \\ & \cdot F_2\left(\sqrt{\frac{\nu_1+\mu_1}{c_2(\nu_1+\mu_1+2a_2)}}\right)sh\left(\sqrt{\frac{(\nu_1+\mu_1)(\nu_1+\mu_1+2a_2)}{c_2}}l\right)e^{(\nu_1+\mu_1)t} - \\ & - P_2\beta_1^2\frac{1}{F_1^2}\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}sh^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)F_2\left(\sqrt{\frac{\mu_1}{c_2(\mu_1+a_2)}}\right)\cdot \\ & \cdot sh\left(\sqrt{\frac{2\mu_1\cdot 2(\mu_1+a_2)}{c_2}}l\right)e^{2\mu_1 t}, \end{aligned}$$

где принимая обозначение

$$B_1 = -Q_2\beta_1^2 ch^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$B_2=2\alpha_1\beta_1Q_2F_1\sqrt{\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}}sh\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$B_3=-Q_2\alpha_1^2F_1^2\frac{\nu_1}{c_1(\nu_1+2a_1)}\cdot\cdot sh^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right),$$

$$B_4=-P_2\alpha_1^2\cdot ch^2\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)F_2, \tag{6}$$

$$B_5=2\alpha_1\beta_1P_2\frac{1}{F_1}\sqrt{\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}}sh\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)ch\left(\sqrt{\frac{\nu_1(\nu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)F_2,$$

$$B_6=-P_2\beta_1^2\frac{1}{F_1^2}\frac{c_1(\mu_1+2a_1)}{\mu_1}sh^2\left(\sqrt{\frac{\mu_1(\mu_1+2a_1)}{c_1}}l\right)F_2,$$

,

имеем

$$Q_2(2l,t)\approx B_1\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{4\mu_1(\mu_1+a_2)}{c_2}l^2\right)\cdot e^{2\mu_1t}+B_2\cdot\left(1+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)(\upsilon_1+\mu_1+2a_2)}{2c_2}l^2\right)\cdot e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+$$

$$+B_3\left(1+\frac{4l^2\upsilon_1(\upsilon_1+a_2)}{2c_2}\right)e^{2\upsilon_1t}+B_4\left(\frac{2\upsilon_1l}{c_2}+\frac{8\upsilon_1^2(\upsilon_1+a_2)}{6c_2^2}\cdot l^3\right)e^{2\upsilon_1t}+ \tag{7}$$

$$+B_5\left(\frac{(\upsilon_1+\mu_1)\cdot l}{c_2}+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2(\upsilon_1+\mu_1+2a_2)l^3}{3!c_2^2}\right)e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+B_6\left(\frac{2\mu_1}{c_2}l+\frac{1}{3!}\frac{8\mu_1^2(\mu_1+a_2)}{c_2^2}l^3\right)e^{2\mu_1t}$$

Выражения (5),(7) могут быть полезными для решения задач вычисления коэффициента гидравлического сопротивления в подъемнике, определения параметров при образовании газожидкостной смеси и др.

Дифференцируя как $P_2(2l,t)$,так и $Q_2(2l,t)$ по переменному a_2 имеем , соответственно:

$$\frac{d}{da_2}Q(2l,t)=B_1\cdot\frac{2\mu_1}{c_2}l^2\cdot e^{2\mu_1t}+B_2\cdot\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{c_2}l^2\cdot e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+$$

$$+B_3\frac{2l^2\upsilon_1}{c_2}e^{2\upsilon_1t}+B_4\frac{4\upsilon_1^2}{3c_2^2}l^3e^{2\upsilon_1t}+B_5\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{3c_2^2}l^3e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+ \tag{8}$$

$$+B_6\frac{4\mu_1^2}{3c_2^2}l^3e^{2\mu_1t},$$

$$\frac{d}{da_2}P_2(2l,t)=D_1\frac{2l^2\upsilon_1}{c_2}e^{2\upsilon_1t}+D_2\cdot\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{c_2}l^2\cdot e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+ \tag{9}$$

$$+D_3\frac{2l^2\mu_1}{c_2}e^{2\mu_1t}+D_4 2le^{2\mu_1t}+D_5 2le^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+D_6 2le^{2\upsilon_1t}$$

Формулы (8) и (9) могут быть полезными для вычисления КГС в подъемнике.

3. Определение параметров начальных и конечых данных

Теперь используем соотношения (3) и (4) для определения λ-коэффициента гидравлического сопротивления (КГС) из (3), т.е. определим динамику загрязнения в подъемнике. Пусть нам известны статистические данные $Q_1(0,t_i), P_1(0,t_i)$ (i=0,..,N) для объема подаваемого газа $Q_{10}(t)$ и давления $P_{10}(t)$.

Для того, чтобы сформулировать обратную задачу, $Q_2^i(2l,T_i)$ приближенно заменяем на $\alpha_l e^{\beta_l t}$, а $P_2(2l,T_i)$ на $\gamma_l e^{\sigma_l t}$, где параметры $\alpha_l,\beta_l,\gamma_l$ и σ_l неизвестные, которые можно определить из минимизации следующих функционалов:

$$I_1 = \int_0^T \sum_{i=1}^N \left[\tilde{Q}^i(2l,T_i) - \alpha_l e^{\beta_l t}\right]^2 dt \tag{10}$$

$$I_2 = \int_0^T \sum_{i=1}^N \left[\widehat{P}^i(2l,T_i) - \gamma_l e^{\sigma_l t}\right]^2 dt \tag{11}$$

3.1. Определение параметров $\alpha_l,\beta_l,\gamma_l,\sigma_l$

Вычислив первую производную в функционале I_1 из (10) по α_l,β_l приравниваем ее нулю. Далее принимая $\alpha_l e^{\beta_l t} \approx \alpha_l(1+\beta_l t)$, для α_l,β_l имееем следующие выражения:

$$\alpha_l = \frac{A\beta_l}{N}, \tag{12}$$

$$\beta_l = \frac{(-1-T)\pm\sqrt{(1-T)^2+4T}}{2T},$$

где $A = \sum_{i=1}^N Q(2l,T_i)$ подставляя в (12) получаем α_l.

Аналогично из (1) подобно предыдущему случаю определяем

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^N P(2l,T_i), \gamma_l = \frac{\tilde{A}\beta_l}{N}$$

$$\gamma_l = \frac{(-1-T)\pm\sqrt{(1-T)^2+4T}}{2T}. \tag{13}$$

Подставляя в (13) определяем γ_l.

Таким образом,

$$\tilde{P}(2l,t) \approx \gamma_l e^{\sigma_l t}, \tilde{Q}(2l,t) \approx \alpha_l e^{\beta_l t} \tag{14}$$

и который в точках T_i достаточно точно совпадает с $Q^i(2l,T_i), P^i(2l,T_i)$ соответственно.

3.2. Обратная задача для определения КГС

Формируем следующий квадратичный функционал

$$I(\lambda) = \int_0^T (\left[Q_2(2l,t) - \tilde{Q}(2l,t)\right]^2 + \left[P_2(2l,t) - \tilde{P}(2l,t)\right]^2)dt, \tag{15}$$

при минимизации по КГС - λ, получим искомую его значению $\tilde{\lambda}$, который определяет степень загрязнения в подъемнике. Теперь вычислим первые производные функционала (15) и приравнивая ее нулю имеем следующее алгебраическое уравнение

$$\int_0^T (\left[Q_2(2l,t) - \tilde{Q}(2l,t)\right]\frac{dQ_2(2l,t)}{da_2} + \left[P_2(2l,t) - \tilde{P}(2l,t)\right]\frac{dP_2(2l,t)}{da_2})dt = 0, \tag{16}$$

Подставляя $P_2(2l,t), Q_2(2l,t)$ из (5), (7), соответсвенно, также их соответствующие производные из (8) ,(9) в левую часть уравнения (16), получим :

$$a_2\int_0^T \Bigg(\left\{B_1\left[\frac{2\mu_1}{c_2}l^2e^{2\mu_1 t}\right] + B_2\left[\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right] + B_3\left[\frac{2l^2\upsilon_1}{c_2}e^{2\upsilon_1 t}\right] + \right.$$

$$\left. + B_4\left[\frac{4\upsilon_1^2}{3c_2^2}l^3e^{2\upsilon_1 t}\right] + B_5\left[\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{3c_2^2}l^3e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right] + B_6\left[\frac{4\mu_1^2}{3c_2^2}l^3e^{2\mu_1 t}\right]\right\}^2 +$$

$$+\left\{D_1\left[\frac{2\upsilon_1}{c_2}l^2e^{2\upsilon_1 t}\right] + D_2\left[\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right] + D_3\left[\frac{2\mu_1 l^2}{c_2}e^{2\mu_1 t}\right] + \right.$$

$$\left. + D_4\left[2le^{2\mu_1 t}\right] + D_5\left[2le^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right] + D_6\left[2le^{2\upsilon_1 t}\right]\right\}^2\Bigg)dt =$$

$$\left.\begin{aligned}
&=-\int_0^T\Big(\Big\{B_1\left[1+\frac{2\mu_1^2}{c_2}l^2\right]e^{2\mu_1 t}+B_2\left[1+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{2c_2}l^2\right]e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+B_3\left[1+\frac{2\upsilon_1^2 l^2}{c_2}\right]e^{2\upsilon_1 t}+\\
&+B_4\left[\frac{2\upsilon_1 e}{c_2}+\frac{4\upsilon_1^3}{3c_2^2}l^3\right]e^{2\upsilon_1 t}+B_5\left[\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{6c_2^2}l^3\right]e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+\\
&+B_6\left[\frac{2\mu_1 l}{c_2}+\frac{4\mu_1^2}{3c_2^2}l^3\right]e^{2\mu_1 t}\Big\}\frac{dQ_2(2l,t)}{da_2}+\Big\{D_1\left[1+\frac{2\upsilon_1^2}{c_2}l^2\right]e^{2\upsilon_1 t}+\\
&D_2\left[1+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{2c_2}l^2\right]e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+D_3\left[1+\frac{2\mu_1^2}{c_2}l^2\right]e^{2\mu_1 t}+D_4\left[2\mu_1 l\right]e^{2\mu_1 t}+\\
&D_5\left[(\upsilon_1+\mu_1)l\right]e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}+D_6\left[2\upsilon_1 l\right]e^{2\upsilon_1 t}\Big\}\frac{dP_2(2l,t)}{da_2}\Big)dt+
\end{aligned}\right\}=H$$

$$\left.\begin{aligned}
&+\int_0^T\Big(\alpha e^{\beta t}\Big\{B_1\left[\frac{2\mu_1}{c_2}l^2 e^{2\mu_1 t}\right]+B_2\left[\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2 e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right]+\\
&+B_3\left[\frac{2l^2\upsilon_1}{c_2}e^{2\upsilon_1 t}\right]+B_4\left[\frac{4\upsilon_1^2}{3c_2^2}l^3 e^{2\upsilon_1 t}\right]+B_5\left[\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{3c_2^2}l^3 e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right]+\\
&+B_6\left[\frac{4\mu_1}{3c_2^2}l^3 e^{2\mu_1 t}\right]+\gamma e^{\sigma t}\Big\{D_1\left[\frac{2\upsilon_1}{c_2}l^2 e^{2\upsilon_1 t}\right]+D_2\left[\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2 e^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right]+\\
&+D_3\left[\frac{2\mu_1 l^2}{c_2}e^{2\mu_1 t}\right]+D_4\left[2le^{2\mu_1 t}\right]+D_5\left[2le^{(\upsilon_1+\mu_1)t}\right]+D_6\left[2le^{2\upsilon_1 t}\right]\Big\}\Big)dt.
\end{aligned}\right\}=M \qquad (17)$$

Займемся упрощением линейного алгебраического уравнения (17). Сперва рассмотрим левую часть уравнения (17).
Для этого принимая обазначения:

$$B_{11}=B_3\frac{2l^2\upsilon_1}{c_2}+B_4\frac{4\upsilon_1^2}{3c_2^2}l^3,\; B_{12}=B_2\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2+B_5\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{3c_2^2}l^3,$$

$$B_{13}=B_1\frac{2\mu_1}{c_2}l^2+B_6\frac{4\mu_1^2}{3c_2^2}l^3,\; D_{11}=D_1\frac{2\upsilon_1}{c_2}l^2+D_6\cdot 2l,$$

$$D_{12}=D_2\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2+D_5\cdot 2l,$$

$$D_{13}=D_3\frac{2\mu_1}{c_2}l^2+D_4\cdot 2l, \qquad (18)$$

$$T_1 = B_{11}{}^2 + D_{11}{}^2, \quad T_2 = B_{13}{}^2 + D_{13}{}^2,$$
$$T_3 = B_{12}{}^2 + 2B_{11}B_{13} + D_{12}{}^2 + 2D_{11}D_{13}$$
$$T_4 = 2\left(B_{12}\cdot B_{13} + D_{12}\cdot D_{13}\right),$$
$$T_5 = 2(B_{11}\cdot B_{12} + D_{11}\cdot D_{12}),$$

имеем

$$a_2\int_0^T\left\{T_1e^{4\upsilon_1 t} + T_2e^{4\mu_1 t} + T_3e^{2(\upsilon_1+\mu_1)t} + T_4e^{(\upsilon_1+3\mu_1)t} + T_5e^{(3\upsilon_1+\mu_1)t}\right\}dt =$$

4

$$= a_2.[T_1\frac{1}{4\upsilon_1}\left(e^{4\upsilon_1 T}-1\right) + T_2\frac{1}{4\mu_1}\left(e^{4\mu_1 T}-1\right) + \frac{T_3}{2\left(\upsilon_1+\mu_1\right)}\left(e^{2(\upsilon_1+\mu_1)T}-1\right) + \tag{19}$$

$$+\frac{T_4}{\left(\upsilon_1+3\mu_1\right)}\left(e^{(\upsilon_1+3\mu_1)T}-1\right) + \frac{T_5}{3\upsilon_1+\mu_1}\left(e^{(3\upsilon_1+\mu_1)T}-1\right)] \equiv a_2L$$

Теперь возвращаемся к вычислению правой части уравнения (17). После несложных преобразований H переходит к виду

$$H = -\left\{(E_1\cdot\frac{1}{4\mu_1}\left(e^{4\mu_1 T}-1\right) + E_2\frac{1}{\left(\upsilon_1+3\mu_1\right)}\left(e^{(\upsilon_1+3\mu_1)T}-1\right) + E_3\frac{1}{2\left(\upsilon_1+\mu_1\right)}\left(e^{2(\upsilon_1+\mu_1)T}-1\right) + \right. \tag{20}$$

$$+E_5\frac{1}{3\upsilon_1+\mu_1}\left(e^{(3\upsilon_1+\mu_1)T}-1\right) + E_6\frac{1}{4\upsilon_1}\left(e^{4\upsilon_1 T}-1\right),$$

где при получении (20) принимаем обозначения:

$$E_1 = K_{11}\cdot K_{21} + L_{13}\cdot L_{33},\ E_2 = K_{11}\cdot K_{22} + K_{12}\cdot K_{21} + L_{12}\cdot L_{22} + L_{13}\cdot L_{22},$$
$$E_3 = K_{11}\cdot K_{23} + K_{12}\cdot K_{22} + K_{13}\cdot K_{21} + L_{13}\cdot L_{33} + L_{12}\cdot L_{22},$$
$$E_5 = K_{12}K_{23} + L_{11}L_{22} + K_{13} + K_{22},\ E_6 = K_{13}K_{23} + L_{11}L_{21},$$

$$K_{11} = B_1\left[1+\frac{2\mu_1{}^2}{c_2}l^2\right] + B_6\left[\frac{2\mu_1 l}{c_2} + \frac{4\mu^3{}_1 l^3}{3c^2{}_2}\right],$$

$$K_{12} = B_2\left[1+\frac{\left(\upsilon_1+\mu_1\right)}{2c_2}l^2\right] + B_5\left[\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l + \frac{\left(\upsilon_1+\mu_1\right)^3{}_1}{6c_2{}^2}l^3\right], \tag{21}$$

$$K_{13} = B_3\left[1+\frac{2\upsilon_1{}^2 l^2}{c_2}\right] + B_4\left[\frac{2\upsilon_1 l}{c_2} + \frac{4\upsilon_1{}^3}{3c_2{}^2}l^3\right],$$

$$K_{21} = B_1\left[1+\frac{2\mu_1{}^2}{c_2}l^2\right] + B_6\left[\frac{2\mu_1 l}{c_2} + \frac{4\mu_1{}^3}{3c_2{}^2}l^3\right],$$

$$K_{22}=B_2\left[1+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{2c_2}l^2\right]+B_5\left[\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{c_2}l+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^3}{6c_2{}^2}l^3\right],$$

$$K_{23}=B_3\left[1+\frac{2\upsilon_1{}^2l^2}{c_2}\right]+B_4\left[\frac{2\upsilon_1 l}{c_2}+\frac{4\upsilon_1^3}{3c_2{}^2}l^3\right],$$

$$L_{11}=D_1\left[1+\frac{2\upsilon_1^2}{c_2}l^2\right]+D_6\left[2\upsilon_1 l\right],\ L_{12}=D_2\left[1+\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{2c_2}l^2\right]+D_4\left[2\mu_1 l\right],$$

$$L_{13}=D_3\left[1+\frac{2\mu_1{}^2}{c_2}l^2\right]+D_4\left[2\mu_1 l\right]$$

$$L_{21}=D_1\left[\frac{2\upsilon_1}{c_2}l^2\right]+D_6\left[l\right]$$

$$L_{22}=D_2\left[\frac{(\upsilon_1+\mu_1)}{2c_2}l^2\right]+D_5\left[2l\right],\ L_{33}=D_3\left[1+\frac{2\mu_1{}^2}{c_2}l^2\right]+D_4\left[2l\right].$$

Далее для оставшейся 2-й половины в правой части M (17) имеем:

$$\int_0^T\left\{\alpha\left[\left(B_1\frac{2_1}{c_2}l^2+B_6\frac{4\mu_1{}^2}{3c_2^2}l^2\right)e^{(2\upsilon_1+\beta)t}+\right.\right.$$
$$+\left(B_2\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2+B_5\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{3c_2}l^3\right)e^{(\upsilon_1+\mu_1+\beta)t}+$$
$$\left.+\left(B_3\frac{2\mu_1}{c_2}l^3+B_4\frac{4\upsilon_1{}^2}{3c_2^2}l^3\right)e^{(2\mu_1+\beta)t}\right]+\gamma\left[\left(D_1\frac{2\upsilon_1}{c_2}l^2+D_6 2l\right)e^{(\sigma+2\upsilon_1)t}+\right.$$
$$\left.\left.+\left(D_2\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2+D_5 2l\right)e^{(\upsilon_1+\mu_1+\sigma)t}+\left(D_3\frac{2\mu_1}{c_2}l^2+2lD_4\right)e^{(2\mu_1+\sigma)t}\right]\right\}dt$$

$$
\begin{aligned}
M = \alpha(F_{11}\frac{1}{2\upsilon_1+\beta}(e^{(2\upsilon_1+\beta)T}-1)+F_{12}\frac{1}{\upsilon_1+\mu_1+\beta}(e^{(\upsilon_1+\mu_1+\beta)T}-1)+\\
F_{13}\frac{1}{2\mu_1+\beta}(e^{(2\mu_1+\beta)T}-1))+\gamma(F_{21}\frac{1}{2\upsilon_1+\sigma}(e^{(2\upsilon_1+\sigma)T}-1)+ \qquad (22)\\
+F_{22}\frac{1}{(\upsilon_1+\mu_1+\sigma)}(e^{(\upsilon_1+\mu_1+\sigma)T}-1)+\\
+F_{23}\frac{1}{2\mu_1+\sigma}(e^{(2\mu_1+\sigma)T}-1)),
\end{aligned}
$$

где

$$F_{11}=B_3\frac{2\mu_1}{c_2}l^2+B_6\frac{4\mu_1^2}{3c_2^2}l^2$$

$$F_{12}=B_2\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2+B_5\frac{(\upsilon_1+\mu_1)^2}{3c_2}l^3$$

$$F_{13}=B_3\frac{2\mu_1}{c_2}l^3+B_4\frac{4\upsilon_1^2}{3c_2^2}l^3$$

$$F_{21}=D_1\frac{2\upsilon_1}{c_2}l^2+D_6 2l$$

$$F_{22}=D_2\frac{\upsilon_1+\mu_1}{c_2}l^2+D_5 2l$$

$$F_{23}=D_3\frac{2\mu_1}{c_2}l^2+2lD_4$$

Учитывая (21), (22) в (17) мы пришли к следующему линейному алгебраическому уравнению

$$a_2L=H+M \, .$$

Определим a_2 :

$$a_2=\frac{H+M}{L}, \quad где \quad 2a_2=\frac{g}{\omega_2}+\frac{\lambda\omega_2}{2D_2} \qquad \tilde{\lambda}=\frac{2D_2}{\varpi_2}(\frac{(H+M)2}{L}-\frac{g}{\varpi_2}). \quad (23)$$

На конкретном практическом примере [2] показывается, что после вычислений по формуле (20), (22) λ из (23) совпадает с исходной [2] с порядком 10^{-1}

Авторы выражают огромную благодарность академику Фикрету Алиеву за постановку задачи.

Литература

1. Aamo O.M., Eikrem G.O., Siahaan H.B., Foss B.A.,Observer design for multiphase flow in vertical pipes with gas-lift - theory and experiments. - Journal of Process Control, Vol.15, No.3, 2004, pp.247–257.
2. Aliev F A. , Aliev N.A. , Guliev A.P., Time frequency method of solving one boundary value problem for a hyperbolic system and its application to the oil extraction, Журн. матем. физ.,анал., геом., Vol.12, No.2, 2016, pp.101–112.
3. Aliev F.A.,Ismailov N.A., Inverse problem to determine the hydraulic resistance coefficient in the gas lift process, Appl.Comput. Math., Vol.12, No.3, 2013, pp.306-313.
4. Aliev F.A..,Ismailov N.A.,Namazov A.A., Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing. Journal of Inverse and Ill-posed Problems. Vol.23, No.5, 2015,pp.511–518.
5. Əliyev F.Ə., Qurbanov R.Ə., Abbasov Ə.N., Nuriyev N.B., Kərimov K.S., Quliyev F.Ə., Xanməmmədova L.N., Quyularin ştanqlı nasos qurgularına nəzarət və diaqnostikası, Bakı Dövlət Universiteti, Bakı 2002 s.156.
6. Aliev F.A., Abbasov A.N.,Mutallimov M.M., Algorithm for solution of the problem of optimization of the energy expenses of the exploition of chinks by subsurface -pump installitions,Appl.Comput. Math., Vol.3, No.1, 2013, pp.2-9.
7. Jan L.U.,The Least Square Method and Application, Science and Technology of West Chine, 2007, 300 p.
8. Алиев Ф.А., Алиев. Н.А, Гулиев А.П., Раджабов М.Ф., Тагиев Р.М., Метод прогонки для решения уравнения типа Россера, описывающего движение в трубопроводе, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.4, No.2, 2015, с.136-148.
9. Алиев Ф.А., Гасанов К.К., Гулиев А.П., Метод прогонки для решения системы гиперболических уравнений описывающих движение при добычи нефти, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.3, No.2, 2014, с.249-255.
10. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А., Моделирование работы газлифтной скважины, Доклады НАН Азербайджана, No 2, 2008, с.107-115.
11. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б., Задачи моделирования оптимальной стабилизации газлифтного процесса, Прикладная механика, т. 46, No 6, 2010, с.113-122.
12. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Задачи оптимизации с периодическим краевым условием и граничным управлениемв газлифтных скважинах. ISSN 1562-3076. Нелінійні коливання, т.17, No.2, 2014,с.151-160.
13. Алиев.Ф.А.,ИсмаиловН.А., ГасымовЮ.С., НамазовА.А., Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем,

Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.3. No.2, 2014, pp.139-151.
14. МирзаджанзадеА.Х., АметовИ.М., ХасаевА.М., ГусевВ.И., Технология и механика добычи нефти, М.: Недра, 1986.
15. ШуровВ.И. Технология и механика добычи нефти. М.,Недра, 1983.

Qaldırıcıda neft hasilatı üçün hidravlik müqavimət əmsalının təyin edilməsində fəza məsələsi üçün tərs məsələ

N.Ə. Əliyev, A.P. Quliyev, S.C. Cəbrayılzadə, K.Q. Qasımova

XÜLASƏ

Qaz-maye qarışığının hərəkətini təsvir e4dən hiperbolik tip tənliklər sistemi üçün sərhəd məsələsinə baxılır. Sərhəd şərti ekponensial xarakterli olan halda məsələ statistik verilənlər əsasında (verilən qazın həcmi və debit) sıra şəklində olan həldən funksionala minimum verən parametrlər təyin edilir. Konkret misallar əsasında illüstrasiya olunur.

Açar sözlər: hiperbolik tənliklərqaz-lift, cəbri tənliklər sistemi.

The study concerning one extensive inverse problems for determining hydraulic resistance’s coefficients in the lifting in oil production

N.A. Aliev, S.Dz. Dzhabrailzade, A.P. Guliev, K.G. Gasimova

ABSTRACT

The boundary problem of the system of hyperbolic type equations, describing the motion of gas-liquid mixture (GLM) in the lift in the gas-lift process for oil production. With a help the serie and boundary condition, chosen by special character (exponential character) the analytical type of the sought after solution of the corresponding boundary problem is determined, that allows to set the inverse problem for determination of coefficient of hydraulic resistance (CHR) in the lift at corresponding statistical measurements, i.e the volumes of an injected gas and debit of GLM are measured. Using these static data and analytical type of solutions the quadratic functional is constructed ,minimization of that (on CHR) reduces to the determination of CHR in the pipe (lift). Results are illustrated on a concrete example, arising from the practice, that coincides with sought after CHR with enough accuracy.

Keywords: hyperbolic equation, gas lift, systems of algebraic equations.